

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Graf berarah E merupakan suatu objek kombinatorik yang terdiri dari himpunan *vertex* E^0 dan himpunan sisi E^1 yang *countable* serta pemetaan $r, s: E^1 \rightarrow E^0$. Homomorfisma pada graf E dan F adalah suatu pasangan pemetaan $\psi = (\psi^0, \psi^1)$ di mana $\psi^i: E^i \rightarrow F^i$ untuk $i = 0, 1$, sedemikian sehingga untuk setiap $e \in E^1$, berlaku $\psi^0(r(e)) = r(\psi^1(e))$ dan $\psi^0(s(e)) = s(\psi^1(e))$.

Keluarga Cuntz-Krieger- E $\{S, P\}$ dari suatu graf berhingga baris E adalah suatu keluarga yang terdiri dari himpunan proyeksi $\{P_v: v \in E^0\}$ pada ruang Hilbert H yang saling ortogonal dan himpunan isometri parsial $\{S_e: e \in E^1\}$ pada H sedemikian sehingga $S_e^* S_e = P_{s(e)}$, $\forall e \in E^1$ dan $P_v = \sum_{\{e \in E^1, r(e)=v\}} S_e S_e^*$ untuk v yang bukan menjadi sumber.

Aljabar- C^* dari suatu graf berhingga baris E suatu aljabar- C^* $C^*(E)$ yang dibangun oleh keluarga Cuntz-Krieger- E $\{S, P\}$. Lebih lanjut, untuk sebarang graf berhingga baris E , terdapat suatu aljabar- C^* $C^*(E)$, yang dibangun oleh keluarga Cuntz-Krieger- E $\{s, p\}$, sehingga, untuk setiap keluarga Cuntz-Krieger- E $\{T, Q\}$ dari suatu aljabar- C^* B , terdapat homomorfisma dari $C^*(E)$ ke B . Kemudian, jika C adalah aljabar- C^* yang dibangun oleh suatu keluarga Cuntz-Krieger- E $\{w, r\}$ maka C isomorfik dengan $C^*(E)$. Dengan demikian $C^*(E)$ memiliki sifat universal dan selanjutnya disebut sebagai aljabar graf.

Homomorfisma dari aljabar graf $C^*(E)$ dan B merupakan suatu pemetaan $\theta: C^*(E) \rightarrow B$ sedemikian sehingga $\theta(s_e) = t_e$, $\forall e \in E^1$ dan $\theta(p_v) = q_v$, $\forall v \in E^0$. Lebih lanjut, homomorfisma pada graf dan homomorfisma pada aljabar graf dapat dikaitkan melalui aksi dari suatu grup. Suatu grup G disebut beraksi pada graf E jika terdapat suatu homomorfisma grup $\lambda: g \mapsto \lambda_g$ dari G ke $\text{Aut}(E)$.

Rosjanuardi dan Albania (2012) menyatakan bahwa automorfisma pada graf E dapat menginduksi automorfisma pada aljabar graf $C^*(E)$. Lebih dari itu diperoleh fakta bahwa aksi $\lambda : G \rightarrow \text{Aut } E$ dapat menginduksi suatu aksi $\tilde{\lambda} : G \rightarrow \text{Aut } C^*(E)$ sedemikian sehingga $\tilde{\lambda}_g(S_e) = S_{\lambda_g(e)}$.

5.2 Saran

Dalam skripsi ini penulis mengkaji kaitan antara homomorfisma pada graf E dan homomorfisma pada aljabar graf $C^*(E)$. Untuk bahan kajian selanjutnya, dapat diteliti hubungan antara homomorfisma pada graf E dan homeomorfisma pada groupoid \mathcal{G}_E .